# “中兴实业杯”第二届聪明小机灵小学生数学邀请赛

## 五年级

本试卷考试 60 分钟。总分 150 分，每题 10 分。

1、计算：(0.1＋0.23＋0.456)×(0.23＋0.456＋0.789)－(0.1＋0.23＋0.456＋0.789)×(0.23＋0.456)＝(　　　　)。

**解：设 a＝0.23＋0.456，b＝0.23＋0.456＋0.789**

**原式＝(0.1＋a)×b－(0.1＋b)×a＝0.1×b＋ab－0.1×a－ab＝0.1×(b－a)**

**＝0.1×(0.23＋0.456＋0.789－0.23－0.456)**

**＝0.0789。**

2、15 到 2004 的所有自然数的数码的和是(　　　　)。

**解：(0＋1999)＋……＋(999＋1000)**

**由于以上运算中未产生进位，所以以上各数数码和就是所求数码和。1 到 1999 各数的数码和是：(1＋9＋9＋9)×(2000÷2)＝28×1000＝28000。**

**1 到 9 各数的数码和是 45，10 到 14 各数的数码和是 1×5＋1＋2＋3＋4，2000 到 2004 各数的数码和是 2×5＋1＋2＋3＋4**

**28000－(45＋1×5＋1＋2＋3＋4)＋(2×5＋1＋2＋3＋4)**

**＝28000－45－1×5－(1＋2＋3＋4)＋2×5＋(1＋2＋3＋4)**

**＝28000－45－1×5＋2×5**

**＝27960。**

3、一个长方体的长、宽、高正好成等差数列。把它的表面涂满颜色后，再截成棱长 1 厘米的小正方体。数一数一面有颜色的小正方体有 94 个，那么两面有颜色的正方体有(　　　)个，没有涂色的小正方体有(　　　)个。

**解：一面有颜色的小正方体在长方体的面上。设在长、宽、高上两面有颜色的小正方体分别有 X、Y、Z 个，并且 X＜Y＜Z，由题意得：**

**2(XY＋XZ＋YZ)＝94，XY＋XZ＋YZ＝47**

**若 47＝12＋15＋20，那么这个长方体 X＝3，Y＝4，Z＝5，正好满足条件**

**所以两面有颜色的正方体最多有(3＋4＋5)×4＝48(个)**

**没涂色的小正方体最多有 3×4×5＝60(个)。**

4、每天工作 8 小时，7 名热心者可以在若干天内组装好一艘滑行艇。但是如果只有 4 名热心者，这项工作需耗时 24.5 天。10 名热心者完成这项需要工作(　　)天(　　)小时(　　)分。(假如每位热心者的工作效率都一样)

**解：4 名热心者，这项工作需耗时 24.5 天，即 8×24.5＝196 小时**

**因此 1 个人干需要 24.5×4＝98 天，即 196×4＝784 小时**

**10 名热心者完成这项工作需要时间是 98÷10＝9.8(天)即 9 天 6 小时 24 分。**

5、有这样的三位数，它除以 11 所得的余数等于它的三个数字的平方和，写出所有符合要求的三位数：(　　　)。

**解：设这个三位数的百位、十位、个位数字分别为 X，Y，Z。由于任何数除以 11 所得余数都不大于 10，所以 $X^2+Y^2+Z^2\leqslant 10$，从而 $1\leqslant X\leqslant 3$，$0\leqslant Y\leqslant 3$，$0\leqslant Z\leqslant 3$。所求的三位数必在以下数中：**

**100，101，102，103，110，111，112，120，121，122，130，200，201，202，211，212，220，221，300，301，310。不难验证只有 100，101 两个数符合要求。**

6、假定 150 个人中的每一个人都知道一个消息，而且这 150 个消息都不相同。为了使所有的人都知道一切消息，他们一共至少要打(　　)个电话。

**解：他们一共至少要打 298 个电话。考虑一种特殊的通话过程：先由 149 人每人打一个电话给 A，A 再给 149 人每人打一个电话，这样一共打了 298 个电话，而且每人都知道了所有的消息。**

7、有足够多的苹果、桔子、香蕉三种水果，最少要分成(　　)堆(每堆都有苹果、桔子和香蕉三种水果)，才能保证找得到这样的两堆：把这两堆合并后这三种水果的个数都是偶数。

**解：当每堆都含有三种水果时，三种水果的奇偶情况如下：**

**苹果　奇奇奇奇偶偶偶偶**

**桔子　奇偶偶奇偶奇偶奇**

**香蕉　奇偶奇偶偶奇奇偶**

**可见，三种水果的奇偶情况共有 8 种可能，所以最少分成 9 堆，才能保证有两堆的三种水果的奇偶性完全相同，把这两堆合并后这三种水果的个数都是偶数。**

8、求满足下列条件的最小自然数：它既可以表示为 9 个连续自然数的和，又可以表示为 10 个连续自然数的和，还可以表示为 11 个连续自然数的和。表示为 10 个连续自然数中间那一对数是(　　　)，表示为 9 个连续自然数中最小的数是(　　　)。

**解：9 个连续自然数的和是其中第 5 个数的 9 倍，10 个连续自然数的和是其中第 5 个数和第 6 个数之和的 5 倍，11 个连续自然数的和是其中第 6 个数的 11 倍。这样，可以表示为 9 个、10 个、11 个连续自然数之和的数必是 5，9 和 11 的倍数，故最小的自然数是[5，9，11]＝**

495。

495＝45＋46＋47＋48＋49＋50＋51＋52＋53＋54，中间一对数是 49 和 50；

＝51＋52＋53＋54＋55＋56＋57＋58＋59，最小的数是 51。

9、有一支队伍以 1.4 米/秒的速度行军，末尾有一位通讯员因事要通知排头，于是以 2.6 米/秒的速度从末尾赶到排头并立即返回排尾，共用了 10 分 50 秒。这支队伍长(　　　　)米。

解：设通讯员从末尾赶到排头用了 X 分钟。这是一道“追及又相遇”的问题。

$2.6X-1.4X=2.6(650-X)+1.4(650-X)$

解得 $X=500$。队伍全长 $(2.6-1.4)\times500=600$(米)。

10、8 个三角形最多将平面分成(　　　)个部分。

解：设 n 个三角形最多将平面分成 $a_n$ 个部分。

$n=1$ 时，$a_1=2$；

$n=2$ 时，第二个三角形的每一条边与第一个三角形最多有两个交点，三条边与第一个三角形最多有 $2\times3=6$ 个交点。这 6 个交点将第二个三角形的周边分成了 6 段，这 6 段中的每一段都将原来的每一部分分成 2 个部分，从而平面也增加了 6 个部分，即 $a_2=2+2\times3$。

$n=3$ 时，第三个三角形与前面两个三角形最多有 $4\times3=12$ 个交点，从而平面也增加 12 个部分，即 $a_2=2+2\times3+4\times3$。

……

一般地，第 n 个三角形与前面(n－1)个三角形最多有 $2\times(n-1)\times3$ 个交点，从而平面也增加 $2\times(n-1)\times3$ 个部分，故 $a_n=2+2\times3+4\times3+\cdots\cdots+2\times(n-1)\times3$。

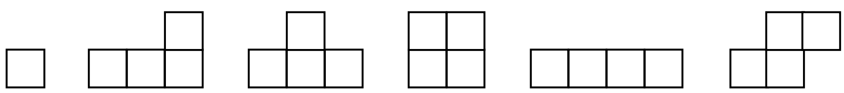
$$=2+[2+4+\cdots\cdots+2(n-1)]\times3。$$

$$=2+3n(n-1)=3n^2-3n+2$$

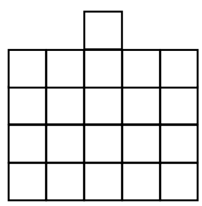
当 $X=8$，$a_8=3\times8^2-3\times8+2=170$

即 8 个三角形最多将平面分成 170 个部分。

11、将图(1)～(6)所示的六种图形拼成右下图，如果图(1)必须放在右下图的中间一列，应如何拼？如果图(1)放在任何位置，又应如何拼？



(1)　(2)　(3)　(4)　(5)　(6)



解：图(1)必须放在右下图的中间一列的拼法如右图所示：